

Matemáticas Discretas (MA-3421)

Guía de Ejercicios N° 3

1.- Hallar el o los valores de n que satisfacen:

$$(a) \binom{n}{1} + \binom{n}{2} = 55 \quad (b) \binom{12}{n^2 - 1} = \binom{12}{n^2 + 5}$$

2.- Pruebe que, para n y m enteros positivos, se cumple que:

$$n \binom{m+n}{m} = (m+1) \binom{m+n}{m+1}$$

3.- Hallar $\binom{2n+1}{3}$ si se sabe que $\binom{10}{n+1} = \binom{10}{n-1}$

4.- Pruebe que:

$$\binom{n}{k} \binom{k}{r} = \binom{n}{r} \binom{n-r}{k-r}$$

5.- ¿Cuántos bytes contienen:

- (a) exactamente dos unos? (R: 28)
- (b) exactamente cuatro unos? (R: 70)
- (c) exactamente seis unos? (R: 28)
- (d) al menos seis unos? (R: 37)

6.- Con 7 monjas y 4 curas se quiere hacer un grupo de misioneros de seis personas. ¿De cuántas maneras se puede formar el grupo si:

- (a) deben ir exactamente tres monjas? (R: 140)
- (b) deben ir, al menos, tres monjas? (R: 441)

7.- Una delegación de 4 estudiantes debe seleccionarse de un total de 12 estudiantes para asistir a un congreso. ¿De cuántas maneras se puede escoger la delegación si:

- (a) no hay restricciones? (R:495)
- (b) hay dos estudiantes que se niegan a ir juntos? (R: 450)
- (c) hay dos estudiantes que asistirán sólo si van juntos? (R: 255)

8.- Hallar el coeficiente de:

(a) x^5 en $(1+x)^{11}$

(b) a^2b^8 en $(a+b)^{10}$

(c) a^6b^6 en $(a^2 + b^3)^5$

(d) x^3 en $(3+4x)^6$

9.- Hallar el coeficiente de:

(a) xyz^2 en $(x+y+z)^4$

(b) xyz^2 en $(2x-y-z)^4$

(c) $w^3x^2yz^2$ en $(2w-x+3y-2z)^8$

(d) $w^2x^2y^2z^2$ en $(v+w-2x+y+5z+3)^{12}$

10.- (a) ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar las letras de VISITING? (R: 6720)

(b) ¿Cuántos de los arreglos de (a) tienen las tres letras I juntas? (R: 720)

11.- (a) ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar las letras de MISSISSIPPI? (R: 34650)

(b) ¿Cuántos de los arreglos de (a) tienen las dos letras P separadas? (R: 28350)

12.- Se tienen tres pilas de pelotas rojas, azules y verdes, donde cada pila contiene, al menos, diez pelotas. ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar diez pelotas si:

(a) no hay restricciones? (R: 66)

(b) debe tenerse, al menos, una pelota roja, dos azules y tres verdes? (R: 15)

(c) debe tenerse exactamente una pelota roja y, al menos, una azul? (R: 9)

13.- Si Luis tiene 7 amigos, ¿de cuántas maneras puede salir a cenar con dos o más de ellos? (R: 120)

14.- Dadas 8 consonantes y 4 vocales, ¿cuántas palabras de 5 letras podemos formar si cada palabra debe tener 3 consonantes diferentes y 2 vocales diferentes? (R: 40320)

15.- De cuántas maneras es posible distribuir 10 monedas (idénticas) entre cinco niños si:

- (a) no hay restricciones? (R: 1001)
- (b) cada niño recibe, al menos, una moneda? (R: 126)
- (c) el niño mayor recibe, al menos, dos monedas? (R: 495)
- (d) el niño menor recibe, exactamente, tres monedas? (R: 120)

16.- Hay 50 estudiantes, tanto del primer trimestre como del segundo trimestre. En cada trimestre hay 25 hombres y 25 mujeres. ¿De cuántas maneras pueden ser seleccionados ocho representantes donde haya exactamente cuatro mujeres, de las cuales tres deben ser del primer trimestre? (R: 13242250000)

17.- Pruebe que si A es un conjunto con n elementos, entonces $\mathcal{P}(A)$ tiene 2^n elementos.

18.- Pruebe que:

$$\sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{n}{r} = 0$$

19.- Determine el número de soluciones enteras de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32$ si:

- (a) $x_i \geq 0$ para $1 \leq i \leq 4$ (R: 6545)
- (b) $x_i > 0$ para $1 \leq i \leq 4$ (R: 4495)
- (c) $x_1, x_2 \geq 5$, $x_3, x_4 \geq 7$ (R: 165)
- (d) $x_i \geq -2$ para $1 \leq i \leq 4$ (R: 12341)

20.- ¿De cuántas maneras podemos distribuir 9 libros diferentes entre Pilar, Carolina y Luis si Pilar y Carolina juntas reciben el doble de libros que Luis? (R: 5376)

21.- Pedro tiene 9 problemas resueltos y María tiene 3 problemas resueltos, distintos a los de Pedro. Determine el número de maneras en las cuales ellos pueden intercambiarse los problemas si cada uno debe quedarse con la misma cantidad de problemas que tenían. (R:219).